Penalaran Matematis Mahasiswa dengan Kemampuan Berpikir Intuitif Sedang dalam Memecahkan Masalah Analisis Real

by Vera Dewi Susanti

Submission date: 13-Mar-2020 10:46AM (UTC+0700)
Submission ID: 1274765221
File name: Artikel_JEMS.pdf (1,002.09K)
Word count: 5967
Character count: 35866

JEMS (Jurnal Edukasi Matematika dan Sains), 6(2), 2018, 77-92
DOI: 10.25273/jems.v6i2.5366

Penalaran Matematis Mahasiswa dengan Kemampuan Berpikir Intuitif Sedang dalam Memecahkan Masalah Analisis Real

Fatriya Adamura, Vera Dewi Susanti

© 2018 JEMS (Jurnal Edukasi Matematika dan Sains)

This is an open access article under the CC-BY-SA license (https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) ISSN 2337-9049 (print), ISSN 2502-4671 (online)

Abstrak:
Kemampuan penalaran matematis diperlukan dalam memahami matematika dan dalam menyelesaikan masalah sehari-hari, mahasiswa memerlukan. Kemampuan Indonesia di dunia pendidikan dalam bidang matematika masih sangat rendah. Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui penalaran matematis mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif sedang dalam memecahkan masalah analisis real. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif kualitatif. Sumber data yang digunakan pada penelitian ini adalah mahasiswa. Teknik pengumpulan data melalui tes tulis dan wawancara. Analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan tahapan reduksi data, penyajian data, dan penarikan simpulan. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh kesimpulan bahwa mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif sedang pada pemecahan masalah analisis real memiliki kecenderungan melaksanakan penalaran matematis dengan kurang sempurna. Mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif sedang tidak mampu melaksanakan penalaran matematis pada tahap pemecahan masalah menyelesaikan masalah sesuai rencana dan melakukan pengecekan kembali.

Kata Kunci: Penalaran Matematis; Berpikir Intuitif Sedang; Pemecahan Masalah; Analisis Real

Abstract:
Mathematical reasoning capability is needed in the understanding of mathematics and in the problem solving of daily activity, student need. Indonesian education capability in mathematics is low. Based on that fact, the aim of this research is for knowing student mathematical reasoning with medium intuitive thinking capability in the problem solving of real analysis. This research uses qualitative method with the kind of method is qualitative descriptive. Data resource that is used in this research is student. Data collecting technique is done by using writing test and interview. Data analysis in this research is done by data reduction, data display, and data verification. Based on research result is gotten conclusion that student with medium intuitive thinking capability in the problem solving of real analysis can do mathematical reasoning less completely. Student with medium intuitive thinking capability cannot do mathematical reasoning in every step solving problem based on plan and doing answer checking .

Keywords: Mathematical Reasoning; Medium Intuitive Thinking; Problem Solving; Real Analysis

Pendahuluan

Salah satu materi yang dipelajari di jenjang sekolah mulai jenjang dasar sampai dengan jenjang atas adalah matematika. Matematika merupakan materi yang sangat penting dalam kehidupan. Berbagai jenis kegiatan ataupun pekerjaan membutuhkan matematika. Matematika selalu dibutuhkan oleh manusia dalam setiap pemecahan masalah karena matematika merupa-

Fatriya Adamura, Universitas PGRI Madiun
fatriya.mathedu@unipma.ac.id

Vera Dewi Susanti, Universitas PGRI Madiun
Vera.mathedu@unipma.ac.id

kan pemecahan masalah (Marsigit, 2012). Dalam memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari matematika juga memiliki peran penting seperti mengumpulkan, mengolah, menyajikan, dan menafsirkan data, serta menghitung isi dan berat (Suherman dkk dalam Wulandari, 2011). Sedangkan bagi siswa, matematika dipelajari untuk memahami bidang ilmu lain seperti fisika, kimia, arsitektur, farmasi, geografi dan ekonomi. Hal tersebut menunjukkan bahwa matematika sangat penting, sehingga harus dipelajari di setiap jenjang pendidikan.

Matematika sekolah merupakan matematika yang dipelajari di jenjang sekolah. Matematika sekolah disesuaikan dengan perkembangan kognitif, afektif, dan psikomotorik siswa. Penyelenggaraan pendidikan matematika di sekolah Indonesia saat ini diatur dalam kurikulum. Kurikulum mengamanatkan bahwa salah satu aspek penting dalam pembelajaran matematika sekolah adalah pengembangan kemampuan penalaran siswa. Hal ini ditunjukkan dengan salah satu tujuan mata pelajaran matematika agar siswa memiliki kemampuan untuk menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika (http://www.puskur.net/download/si/smp/Matematika.pdf).

Penalaran merupakan proses berpikir dalam menarik kesimpulan yang berupa pengetahuan untuk memperoleh kebenaran (Marsigit, 2012). Penalaran merupakan salah satu karakteristik dari manusia selain merasa, bersikap, dan bertindak. Penalaran yang dilakukan seseorang untuk memperoleh kebenaran merupakan gabungan dari penalaran deduktif dan induktif. Penalaran deduktif merupakan penalaran yang dilakukan dari umum ke khusus, sedangkan penalaran induktif merupakan penalaran yang dilakukan dari khusus ke umum.

Penalaran merupakan suatu proses atau aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan. Penalaran dapat juga diartikan sebagai proses berpikir dalam rangka membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasarkan pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya. Materi matematika dan penalaran matematika merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan. Materi matematika dipahami melalui penalaran, dan penalaran dipahami dan dilatihkan melalui belajar matematika.

Salah satu kemampuan penalaran adalah penalaran matematis. Kemampuan penalaran matematis diperlukan mahasiswa baik dalam proses memahami matematika maupun dalam kehidupan sehari-hari. Dalam proses memahami matematika, kemampuan penalaran berperan baik dalam pemahaman konsep dan pemecahan masalah. Dalam kehidupan sehari-hari, kemampuan bernalar diperlukan pada saat menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang terjadi baik dalam lingkup pribadi, masyarakat dan institusi-institusi social lain yang lebih luas.

Fakta menunjukkan bahwa kemampuan Indonesia di dunia pendidikan dalam bidang matematika masih sangat rendah. Hasil tes TIMSS 2003 menunjukkan bahwa siswa Indonesia berada pada peringkat ke-35 dari 46 negara khususnya pada bidang penalaran matematika (Rustandi, 2013). Kemampuan penalaran matematika siswa di beberapa kota besar masih belum memuaskan. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Priatna (dalam Rustandi, 2013) yang menyatakan bahwa kualitas kemampuan penalaran dan pemahaman matematika siswa SMP Negeri di kota Bandung masih belum memuaskan yaitu masing-masing sekitar 49% dan 50% dari skor ideal.

Mata kuliah Analisis Real adalah salah satu mata kuliah yang dipelajari di jenjang perkuliahan Pendidikan Matematika. Berdasarkan pengalaman dosen mata kuliah Analisis Real, kemampuan mahasiswa dalam mempelajari mata kuliah Analisis Real masih kurang. Rata-rata nilai akhir mahasiswa pada mata kuliah Analisis Real juga masih kurang. Mahasiswa juga selalu menyampaikan bahwa mahasiswa sulit memahami materi pada mata kuliah

Analisis Real. Berdasarkan analisis yang dilakukan oleh peneliti, maka peneliti berpendapat bahwa kesulitan mahasiswa dalam memahami materi pada mata kuliah Analisis Real disebabkan oleh kurangnya kemampuan mahasiswa dalam melakukan berpikir intuitif. Hal tersebut menunjukkan bahwa kemampuan berpikir intuitif sangat penting untuk dimiliki mahasiswa (Nasution, 2006).

Fakta yang telah diuraikan tersebut menunjukkan bahwa kemampuan penalaran matematika mahasiswa di Indonesia masih rendah. Hal tersebut tidak sesuai dengan kondisi yang diharapkan, yaitu kemampuan penalaran matematika mahasiswa tinggi. Masalah tersebut harus dicarikan alternatif solusi pemecahannya. Solusi dari masalah yang telah diuraikan adalah dengan menggunakan pembelajaran yang memfasilitasi mahasiswa untuk melakukan penalaran matematis. Kemampuan mahasiswa dalam memahami materi Analisis Real juga rendah. Kemampuan berpikir intuitif mahasiswa penting untuk diketahui karena kemampuan berpikir intuitif diperlukan untuk mempelajari matematika tingkat tinggi.

Kemampuan penalaran matematis siswa berkaitan dengan pendekatan pembelajaran yang diterapkan (Wulandari, 2011). Pengembangan kemampuan penalaran memerlukan pembelajaran yang memfasilitasi proses berpikir, proses bernalar, sikap kritis siswa dan bertanya. Pembelajaran yang dilakukan untuk mengembangkan penalaran matematis mahasiswa harus dirancang sesuai dengan kemampuan penalaran mahasiswa. Berdasarkan hal tersebut, maka seorang guru yang ingin melaksanakan pembelajaran yang memfasilitasi mahasiswa untuk melaksanakan penalaran matematika harus mengetahui kemampuan penalaran matematika mahasiswa yang diajar terlebih dahulu.

Laporan hasil studi TIMSS 1999 yang dilakukan di 38 negara (termasuk Indonesia) menjelaskan bahwa sebagian besar pembelajaran Matematika belum berfokus pada pengembangan penalaran matematis siswa (Mulis dalam Suyadi dalam Rustandi, 2013). Menurut Marpaung (Qodariah dalam Rustandi, 3013), paradigma mengajar di Indonesia memiliki ciri-ciri antara lain: guru aktif sedangkan siswa pasif, pembelajaran berpusat kepada guru, guru mentransfer pengetahuan ke pikiran siswa. Penalaran matematis juga harus dimiliki oleh mahasiswa calon guru matematika. Hal tersebut mendorong peneliti untuk mendeskripsikan penalaran matematis mahasiswa dalam memecahkan masalah Analisis Real berdasarkan kemampuan berpikir intuitif. Kemampuan berpikir intuitif dapat dijenjangkan menjadi tiga, yaitu kemampuan berpikir intuitif tinggi, sedang, dan rendah. Mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif sedang penting untuk didekripsikan penalaran matematisnya agar dosen dapat menggunakan metode pembelajaran yang tepat dalam mengajar.

Berdasarkan uraian di atas, maka masalah dalam penelitian ini adalah: Bagaimana penalaran matematis mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif sedang dalam memecahkan masalah analisis real. Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka penelitian ini bertujuan untuk mengetahui penalaran matematis mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif sedang dalam memecahkan masalah analisis real. Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat untuk mengembangkan penelitian-penelitian yang menyangkut penalaran matematis mahasiswa. Selain itu, juga dapat digunakan sebagai acuan untuk melakukan penelitian yang relevan pada masa yang akan datang.

Metode

Pendekatan penelitian yang digunakan oleh peneliti adalah metode penelitian kualitatif. Metode ini digunakan untuk meneliti kondisi objek yang alamiah. Pengambilan sampel sumber

data dilakukan secara *purposive*, teknik pengumpulan dengan triangulasi, analisis data bersifat induktif/kualitatif, dan hasil penelitian kualitatif lebih menekankan makna daripada generalisasi (Moleong, 2012). Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif deskriptif. Penelitian deskriptif melakukan analisis hanya sampai pada taraf deskripsi, yaitu menganalisis dan menyajikan data secara sistematik, sehingga dapat lebih mudah untuk dipahami dan disimpulkan. Peneliti ingin mengetahui pemecahan masalah matematika yang dilakukan oleh siswa untuk mengetahui penalaran matematis yang digunakan oleh mahasiswa. Jenis penelitian yang digunakan peneliti hanya meneliti penalaran matematis mahasiswa dalam memecahkan masalah Analisis Real tanpa ada tindakan kelas.

Pada penelitian ini, data secara langsung diperoleh dari mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FKIP UNIPMA yang sudah menerima mata kuliah Analisis Real pada semester genap tahun akademik 2017/2018. Mahasiswa yang dijadikan subyek penelitian adalah mahasiswa kelas VI A. Mahasiswa kelas VI A diberi tes kemampuan berpikir intuitif. Dari hasil tes kemampuan berpikir intuitif tersebut diambil satu mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif sedang. Data yang diperoleh berasal dari hasil wawancara dan tes penalaran matematis dengan materi yang sudah dipelajari.

Teknik pengumpulan data yang digunakan oleh peneliti adalah tes, observasi (pengamatan), *interview* (wawancara), kuesioner (angket), dokumentasi dan gabungan dari keempat teknik (Sugiyono, 2013). Tes yang diberikan adalah tes kemampuan berpikir intuitif. Tes yang diberikan juga tes dalam menyelesaikan masalah Analisis Real. Wawancara digunakan peneliti sebagai teknik pengumpulan data karena peneliti ingin mengetahui hal-hal dari responden yang lebih mendalam. Dalam melakukan wawancara, peneliti membawa instrumen penelitian berupa pertanyaan-pertanyaan yang akan diberikan kepada responden. Peneliti menggunakan teknik pengumpulan data dokumentasi untuk mendokumentasikan pelaksanaan penelitian. Pengambilan foto sebagai bentuk dokumentasi penelitian menunjukkan bahwa hasil penelitian lebih dapat dipercaya. Observasi merupakan teknik pengumpulan data yang dilakukan dengan jalan pengamatan dan pencatatan secara sistematis, logis, objektif, dan rasional mengenai berbagai fenomena, baik dalam situasi yang sebenarnya maupun dalam situasi buatan untuk mencapai tujuan tertentu.

Teknik pemeriksaan keabsahan data dilakukan dengan teknik triangulasi. Teknik triangulasi adalah teknik pemeriksaan keabsahan data yang memanfaatkan sesuatu yang lain. Denzin (dalam Moleong, 2012) mengemukakan bahwa ada empat macam triangulasi, yaitu trangulasi sumber, metode, penyidik, dan teori. Triangulasi yang dilakukan oleh peneliti pada penelitian ini, adalah: triangulasi metode. Menurut Patton (dalam Moleong, 2012), triangulasi metode dapat dilakukan dengan dua strategi, yaitu: Pengecekan derajat kepercayaan penemuan hasil penelitian beberapa teknik pengumpulan data dan pengecekan derajat kepercayaan beberapa sumber data dengan metode yang sama.

Pendekatan yang digunakan dalam analisis data kualitatif adalah pendekatan berdaur ulang. Analisis dilakukan secara berkelanjutan dan meliputi tiga macam kegiatan, yaitu: reduksi data (*data reduction*), penayangan data (*data display*), dan verifikasi data (*data verification*) (Miles and Huberman dalam Sunarto, 2001). Dalam reduksi data, aktivitas analisis berbentuk penyeleksian, pemfokusan, penyederhanaan, pengabstraksian, dan pentransformasian, data baku (data kasar) yang dijaring dari catatan lapangan menjadi data bermakna. Kegiatan yang dilakukan pada tahap penayangan data adalah mencakup perakitan, pengorganisasian data dari informasi yang berhasil dikumpulkan dengan berbagai cara untuk konsumsi penarikan simpulan dan penetapan kegiatan selanjutnya. Verifikasi merupakan salah satu langkah

kegiatan analisis. Berkenaan dengan arah berpikir induktif untuk mendapatkan simpulan akhir, semua simpulan sementara harus diverifikasi agar mampu diperoleh simpulan yang mantap.

Hasil dan Pembahasan

Satu mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif sedang dipilih berdasarkan nilai tes soal kemampuan berpikir intuitif pada mata kuliah analisis real. Untuk selanjutnya akan disebut subjek KBIS (subjek dengan kemampuan berpikir intuitif sedang). Adapun hasil penentuan subjek penelitian dapat dilihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Hasil Penentuan Subjek Penelitian

Nama Mahasiswa	Inisial	Subjek	Tingkat Kemampuan Berpikir Intuitif
Ika Sukristini	IS	KBIS	Sedang

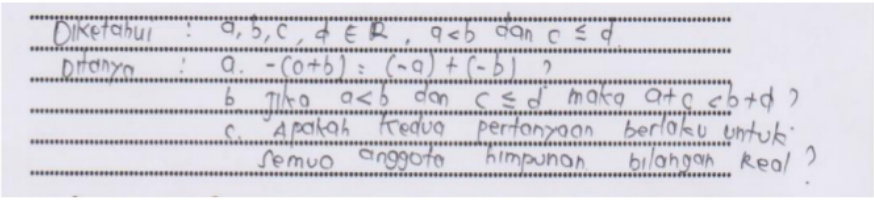
Data penelitian dianalisis untuk memperoleh deskripsi penalaran matematis mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif sedang dalam memecahkan masalah analisis real. Pembahasan ini meliputi penalaran matematis mahasiswa dalam: (1) memahami masalah, (2) merencanakan penyelesaian, (3) menyelesaikan masalah sesuai rencana, (4) melakukan pengecekan kembali.

Adapun analisis data tertulis dan wawancara dari subjek dengan kemampuan berpikir intuitif dengan kategori sedang, yaitu subjek KBIS adalah sebagai berikut.

A. Data Tertulis dari Subjek KBIS dan Analisisnya

1. Memahami masalah

Subjek KBIS dapat memahami masalah yang diberikan dengan menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dari soal. Subjek KBIS dapat menuliskan bahwa yang diketahui adalah $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a < b$ dan $c \leq d$. Subjek KBIS juga dapat menuliskan bahwa yang ditanyakan $-(a+b) = (-a) + (-b)$, jika $a < b$ dan $c \leq d$, maka $a + c < b + d$, dan apakah kedua pernyataan berlaku untuk semua anggota himpunan bilangan Real. Hal tersebut sesuai dengan jawaban dari subjek KBIS sebagai berikut.



Gambar 1. Jawaban Subjek KBIS

Subjek KBIS dapat menentukan bahwa hal-hal yang diketahui sudah cukup untuk menjawab permasalahan yang ditanyakan pada soal. Hal ini dapat dilihat dari pekerjaan tertulis subjek KBIS yang mampu menyusun langkah-langkah pemecahan masalah dan melaksanakannya sehingga diperoleh hal yang ditanyakan. Berdasarkan hal tersebut, maka subjek KBIS mampu menuliskan apa yang diketahui dan yang ditanyakan, sehingga bisa dikatakan bahwa subjek KBIS mampu menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram.

2. Merencanakan penyelesaian

Dalam merencanakan penyelesaian masalah, yaitu membuktikan bahwa $-(a+b) = (-a)+(-b)$ dan jika $a < b$ dan $c \leq d$, maka $a+c < b+d$, subjek KBIS mampu mengaitkan yang diketahui dengan yang ditanyakan dalam soal.

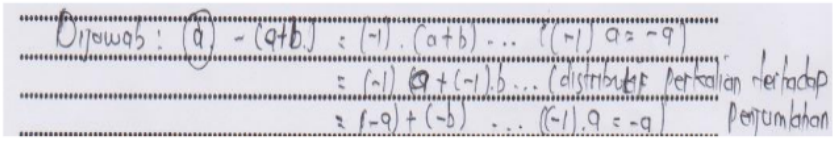
Untuk membuktikan bahwa $-(a+b) = (-a)+(-b)$, subjek KBIS memulai pembuktian dengan menuliskan $-(a+b)$ sebagai $(-1)(a+b)$, kemudian menerapkan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan, dan menerapkan kembali sifat $(-1)(a) = -a$. Subjek KBIS mampu menyimpulkan bahwa karena pernyataan $(-1)(a) = -a$ belum ada pada aksioma himpunan bilangan real, maka subjek KBIS harus membuktikan bahwa $(-1)(a) = -a$. Bukti bahwa $(-1)(a) = -a$ dituliskan secara lengkap oleh subjek KBIS. Subjek KBIS juga mampu menyimpulkan bahwa pada bukti $(-1)(a) = -a$ terdapat pernyataan bahwa $a.0 = 0$. Subjek KBIS juga mampu membuktikan bahwa $a.0 = 0$ dengan benar karena pernyataan $a.0 = 0$ belum ada pada aksioma himpunan bilangan real.

Pada pembuktian yang kedua, yaitu jika $a < b$ dan $c \leq d$, maka $a+c < b+d$, subjek KBIS membagi $c \leq d$ menjadi dua kasus meskipun belum terlihat secara jelas. Kasus yang pertama adalah jika $c = d$. Pada kasus yang pertama ini, subjek KBIS menuliskan bahwa jika $a < b$ dan $c = d$, maka $a+c < b+d$. Kasus yang kedua adalah jika $c < d$. Pada kasus yang kedua ini, subjek KBIS mampu menuliskan $a+c < b+c < b+d$. Uraian tersebut menunjukkan bahwa subjek KBIS mampu mengajukan dugaan tentang penyelesaian suatu masalah, sehingga bisa dikatakan bahwa subjek KBIS mampu mengajukan dugaan.

3. Menyelesaikan masalah sesuai rencana

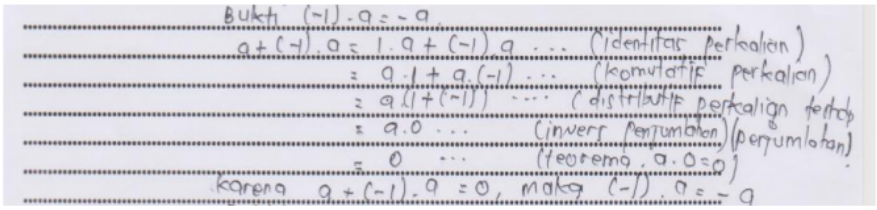
Subjek KBIS menyelesaikan masalah sesuai dengan rencana yang telah disusun pada tahap pemecahan masalah sebelumnya. Subjek KBIS melaksanakan rencana penyelesaian masalah sesuai dengan langkah-langkah yang diuraikan sebagai berikut.

Subjek KBIS membuktikan $-(a+b) = (-a)+(-b)$ dengan menggunakan konsep sifat-sifat anggota himpunan bilangan Real. Langkah-langkah yang digunakan subjek KBIS untuk membuktikan bahwa $-(a+b) = (-a)+(-b)$ adalah subjek KBIS menuliskan $-(a+b)$ sebagai $(-1)(a+b)$, kemudian subjek KBIS menerapkan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan sehingga didapat $(-1)a+(-1)b$ dan $(-a)+(-b)$. Hal ini terlihat dari pekerjaan tertulis subjek KBIS berikut.



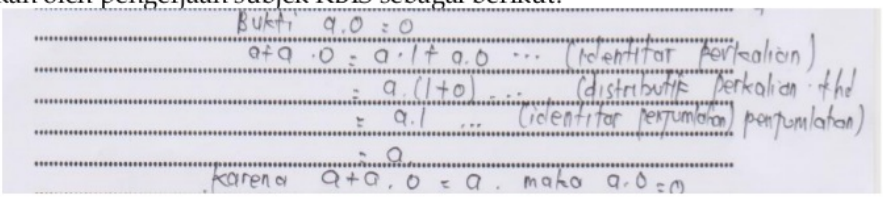
Gambar 2. Jawaban Subjek KBIS

Subjek KBIS mampu mengambil kesimpulan dari pembuktian yang telah dilaksanakan bahwa karena pernyataan $(-1)(a) = -a$ belum ada pada aksioma himpunan bilangan real, maka subjek KBIS harus membuktikan bahwa $(-1)(a) = -a$. Bukti bahwa $(-1)(a) = -a$ dituliskan secara lengkap dan benar oleh subjek KBIS. Berikut ini adalah hasil pengerjaan subjek KBIS.



Gambar 3. Jawaban Subjek KBIS

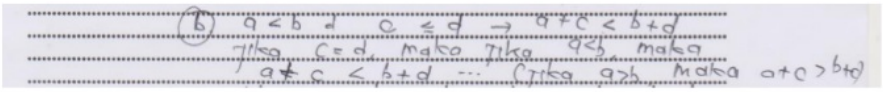
Subjek KBIS juga mampu menyimpulkan bahwa pada bukti $(-1)(a) = -a$ terdapat pernyataan bahwa $a.0 = 0$. Subjek KBIS juga mampu membuktikan bahwa $a.0 = 0$ dengan benar karena pernyataan $a.0 = 0$ belum ada pada aksioma himpunan bilangan real. Hal ini diperlihatkan oleh pengerjaan subjek KBIS sebagai berikut.



Gambar 4. Jawaban Subjek KBIS

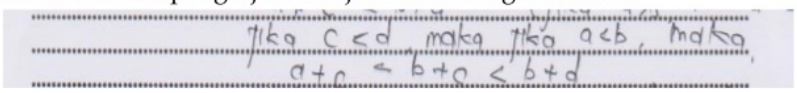
Jawaban subjek KBIS seperti yang telah diuraikan di atas menunjukkan bahwa subjek KBIS mampu melakukan manipulasi aljabar pada penyelesaian masalah matematika. Manipulasi aljabar dilakukan pada setiap jawaban yang dituliskan oleh subjek KBIS di atas. Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek KBIS mampu melakukan manipulasi matematika.

Pada pembuktian yang kedua, yaitu jika $a < b$ dan $c \leq d$, maka $a + c < b + d$, subjek KBIS membagi $c \leq d$ menjadi dua kasus meskipun belum terlihat secara jelas. Kasus yang pertama adalah jika $c = d$. Pada kasus yang pertama ini, subjek KBIS menuliskan bahwa jika $a < b$ dan $c = d$, maka $a + c < b + d$. Subjek KBIS memberikan alasan terhadap pernyataan tersebut. Alasan yang diberikan adalah bahwa jika $a > b$, maka $a + c > b + d$. Subjek KBIS sudah benar dalam melakukan pembuktian, tetapi masih kurang karena belum bisa menerapkan sifat urutan pada himpunan bilangan real. Hasil pengerjaan subjek KBIS tersebut dapat dilihat sebagai berikut.



Gambar 5. Jawaban Subjek KBIS

Kasus yang kedua adalah jika $c < d$. Pada kasus yang kedua, subjek KBIS mampu menuliskan $a + c < b + c < b + d$. Subjek KBIS sudah benar dalam melakukan pembuktian, tetapi masih kurang karena belum bisa menerapkan sifat urutan pada himpunan bilangan real. Hal ini diperlihatkan oleh pengerjaan subjek KBIS sebagai berikut.

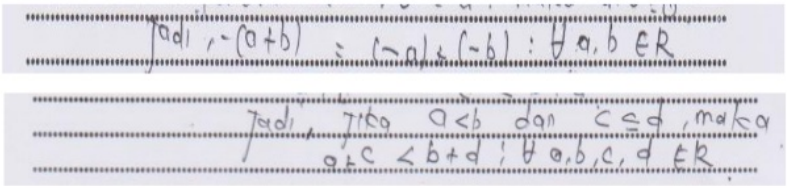


Gambar 6. Jawaban Subjek KBIS

Hasil pembuktian dari subjek KBIS tersebut menunjukkan bahwa subjek KBIS belum mampu menyusun bukti atas masalah matematika secara sempurna. Subjek KBIS belum mampu memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi. Hal ini dapat disimpulkan dari ketidakmampuan subjek KBIS dalam menerapkan sifat urutan pada himpunan bilangan Real pada pembuktian pernyataan jika $a < b$ dan $c \leq d$, maka $a + c < b + d$. Subjek KBIS dikatakan belum mampu menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi.

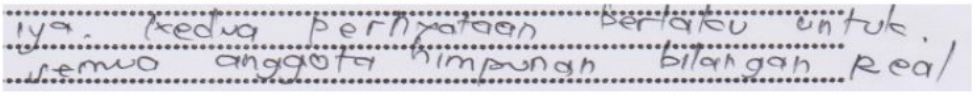
4. Melakukan pengecekan kembali

Subjek KBIS mampu menarik kesimpulan dari setiap pernyataan yang ada pada soal tes, sehingga bisa dikatakan bahwa subjek KBIS mampu menarik kesimpulan dari pernyataan pada tahap melakukan pengecekan kembali.. Hal ini terlihat pada hasil pengerjaan subjek KBIS sebagai berikut.



Gambar 7. Jawaban Subjek KBIS

Pada tahap ini, subjek KBIS memeriksa jawaban yang telah didapatkan. Hal ini terlihat dari hasil pengerjaan soal tes penalaran matematis oleh subjek KBIS yang benar dan teliti, yaitu tidak ditemukan adanya kesalahan jawaban, meskipun pada pembuktian pernyataan yang kedua, subjek KBIS belum mampu membuktikan dengan sempurna. Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek KBIS mampu memeriksa kesahihan suatu argumen. Subjek KBIS mampu menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi. Hal tersebut ditunjukkan oleh hasil pengerjaan secara tertulis dari subjek KBIS sebagai berikut.



Gambar 8. Jawaban Subjek KBIS

B. Data Wawancara Subjek KBIS dan Analisisnya

Sebelum dilakukan wawancara, subjek KBIS diberikan tes pemecahan masalah yang sama untuk dipahami dan dipikirkan jawabannya, selanjutnya subjek KBIS diwawancarai tentang prosedur dan hasil pemecahan masalah yang diberikan.

1. Memahami masalah

Subjek KBIS dapat memahami masalah dengan menyebutkan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dari masalah. Berikut adalah kutipan wawancara dengan subjek KBIS.

$P_{3.6}$: "Dari soal yang telah anda kerjakan tadi, apa yang diketahui?"

$S_{3.6}$: "a, b, c, dan d adalah elemen di $\mathbb{R}$, $a < b$ dan $c \leq d$"

$P_{3.7}$: "Dari soal tadi, apa yang ditanyakan?"

$S_{3.7}$: "Bukti bahwa:

a. $-(a+b) = (-a) + (-b)$!
b. Jika $a < b$ dan $c \leq d$, buktikan bahwa $a + c < b + d$!
c. Apakah kedua pernyataan di atas berlaku untuk semua anggota himpunan bilangan Real?"

Subjek KBIS juga dapat menentukan bahwa hal yang diketahui sudah cukup digunakan untuk menjawab yang ditanyakan pada masalah. Subjek KBIS juga mampu menyampaikan

alasan mengapa yang diketahui dapat digunakan untuk menjawab yang ditanyakan. Berikut adalah kutipan wawancara dengan subjek KBIS.

$P_{3.8}$: "Apakah yang diketahui dari soal sudah cukup untuk menjawab apa yang ditanyakan?"
$S_{3.8}$: "Ya Bu, sudah cukup."
$P_{3.9}$: "Mengapa anda mengatakan bahwa yang diketahui dari soal sudah cukup untuk menjawab apa yang ditanyakan?"
$S_{3.9}$: "Karena dengan apa yang diketahui, kita bisa membuktikan apa yang ditanyakan."

Uraian tersebut menunjukkan bahwa subjek KBIS mampu menyampaikan apa yang diketahui dan yang ditanyakan secara lisan, sehingga dapat dikatakan bahwa subjek KBIS mampu menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram.

2. Merencanakan penyelesaian

Subjek KBIS menyampaikan bahwa belum pernah menemui soal seperti yang telah dikerjakan sebelumnya. Subjek KBIS mampu menyebutkan konsep/pengetahuan yang akan digunakan untuk memecahkan permasalahan ini. Hal ini terlihat dari petikan wawancara berikut.

$P_{3.10}$: "Pernahkah anda menemukan soal seperti ini sebelumnya? (Sambil menunjuk lembar soal)"
$S_{3.10}$: "Belum pernah."
$P_{3.11}$: "Pengetahuan/konsep/rumus apa saja yang akan digunakan untuk menjawab pertanyaan tersebut?"
$S_{3.11}$: "Konsep sifat aljabar dan sifat urutan pada himpunan bilangan Real."
$P_{3.12}$: "Mengapa anda memilih pengetahuan/konsep/rumus tersebut?"
$S_{3.12}$: "Karena soal a dijawab dengan aplikasi dari sifat aljabar pada himpunan bilangan real, sedangkan soal b dijawab dengan aplikasi dari sifat urutan pada himpunan bilangan real."

Subjek KBIS mampu membuat kaitan antara hal-hal yang diketahui dengan yang ditanyakan dalam soal. Berikut petikan wawancaranya.

$P_{3.13}$: "Dapatkah anda membuat kaitan antar hal yang diketahui dengan yang ditanyakan?"
$S_{3.13}$: "Ya Bu, saya dapat membuat kaitannya. Untuk soal a, kaitan antara yang diketahui dengan yang ditanya adalah diketahui a dan b elemen $\mathbb{R}$, maka untuk membuktikan $-(a+b)=(-a)+(-b)$ kita bisa menggunakan aksioma sifat-sifat aljabar himpunan bilangan Real. Untuk soal b, kaitan antara yang diketahui dengan yang ditanyakan adalah diketahui $a<b$ dan $c \leq d$, maka kita bisa menggunakan sifat urutan pada himpunan bilangan Real untuk membuktikan bahwa $a+c<b+d$."
$P_{3.14}$: "Apakah kaitan antara yang diketahui dengan yang ditanyakan sudah cukup untuk menjawab soal?"
$S_{3.14}$: "Iya, sudah cukup."

Setelah subjek KBIS dapat memahami masalah dengan baik, langkah selanjutnya adalah merencanakan penyelesaian. Hal ini dapat dilihat pada petikan wawancara berikut ini.

$P_{3.15}$: "Tolong anda uraikan dengan jelas langkah-langkah yang anda

gunakan untuk menjawab soal tersebut! ”

$S_{3.15}$: “Untuk membuktikan $-(a+b)=(-a)+(-b)$, maka dibuktikan dulu $-(a+b)=(-1)(a+b)$, kemudian dibuktikan bahwa $(-1)(a+b)$=$(-1)(a)+(-1)(b)=(-a)+(-b)$. Untuk setiap langkah pembuktian yang saya tempuh, saya selalu memberikan alasan .”

$P_{3.16}$: “Bagus sekali. Apakah buktinya hanya yang sudah anda jelaskan saja?”

$S_{3.16}$: “Tidak Bu, ada bukti yang lain juga, Bu. Saya juga menuliskan bukti bahwa $(-1)(a)=(-a)$ dan $a.0=0$.”

$P_{3.17}$: “Kenapa bukti bahwa $(-1)(a)=(-a)$ dan $a.0=0$ harus dituliskan juga?”

$S_{3.17}$: “Karena dua hal itu belum ada pada aksioma maupun teorema pada sifat aljabar himpunan bilangan Real”

$P_{3.18}$: “Uraikan dengan jelas pembuktian $(-1)(a)=(-a)$!”

$S_{3.18}$: “$a+(-1)(a)=1.a+(-1)(a)=a.1+(a)(-1)=a\big(1+(-1)\big)=a.0=0$. Karena $a+(-1)(a)=0$, maka $(-1)(a)=-a$.”

$P_{3.19}$: “Uraikan juga pembuktian $a.0=0$ dengan jelas!”

$S_{3.19}$: “$a+a.0=(a.1)+(a.0)=a(1+0)=a.1=a$. Karena $a+a.0=a$, maka $a.0=0$. O iya Bu, pada pembuktian yang saya tuliskan, saya selalu menuliskan alasannya.”

$P_{3.20}$: “Bukti soal yang a sudah anda jelaskan, sekaran jelaskan bukti soal yang b?”

$S_{3.20}$: “Pada soal yang b diketahui $a<b$ dan $c\leq d$. Saya membagi soal menjadi dua kasus. Kasus yang pertama adalah jika $c=d$. Jika $a<b$, maka $a+c<b+d$. Hal ini karena jika $a>b$, maka $a+c>b+c$. Kasus yang kedua adalah jika $c<d$, maka jika $a<b$, maka $a+c<b+c<b+d$.”

Berdasarkan hasil kutipan wawancara di atas, maka dapat dikatakan bahwa subjek KBIS mampu mengajukan dugaan. Hal ini karena subjek KBIS mampu mengajukan dugaan tentang penyelesaian masalah dengan membuat rencana penyelesaian.

3. Menyelesaikan masalah sesuai rencana

Subjek KBIS mampu menyelesaikan masalah sesuai rencana. Subjek KBIS memulai penyelesaian masalah dengan membuktikan bahwa $-(a+b)=(-a)+(-b)$. Hal ini dapat dilihat dari kutipan wawancara berikut.

$P_{3.15}$: “Tolong anda uraikan dengan jelas langkah-langkah yang anda gunakan untuk menjawab soal tersebut! ”

$S_{3.15}$: “Untuk membuktikan $-(a+b)=(-a)+(-b)$, maka dibuktikan dulu $-(a+b)=(-1)(a+b)$, kemudian dibuktikan bahwa $(-1)(a+b)$=$(-1)(a)+(-1)(b)=(-a)+(-b)$. Untuk setiap langkah pembuktian yang saya tempuh, saya selalu memberikan alasan .”

Selain membuktikan bahwa $-(a+b)=(-a)+(-b)$, subjek KBIS juga membuktikan bahwa $(-1)(a)=(-a)$ dan $a.0=0$. Hal ini karena menurut subjek KBIS kedua pernyataan tersebut belum ada pada aksioma maupun teorema pada sifat aljabar himpunan bilangan Real. Berikut ini hasil kutipan wawancaranya.

$P_{3.16}$: "Bagus sekali. Apakah buktinya hanya yang sudah anda jelaskan saja?"

$S_{3.16}$: "Tidak Bu, ada bukti yang lain juga, Bu. Saya juga menuliskan bukti bahwa $(-1)(a) = (-a)$ dan $a.0 = 0$."

$P_{3.17}$: "Kenapa bukti bahwa $(-1)(a) = (-a)$ dan $a.0 = 0$ harus dituliskan juga?"

$S_{3.17}$: "Karena dua hal itu belum ada pada aksioma maupun teorema pada sifat aljabar himpunan bilangan Real"

$P_{3.18}$: "Uraikan dengan jelas pembuktian $(-1)(a) = (-a)$!"

$S_{3.18}$: "$a + (-1)(a) = 1.a + (-1)(a) = a.1 + (a)(-1) = a\big(1 + (-1)\big) = a.0 = 0$. Karena $a + (-1)(a) = 0$, maka $(-1)(a) = -a$."

$P_{3.19}$: "Uraikan juga pembuktian $a.0 = 0$ dengan jelas!"

$S_{3.19}$: "$a + a.0 = (a.1) + (a.0) = a(1 + 0) = a.1 = a$. Karena $a + a.0 = a$, maka $a.0 = 0$. O iya Bu, pada pembuktian yang saya tuliskan, saya selalu menuliskan alasannya."

Kutipan wawancara subjek KBIS di atas menunjukkan bahwa subjek KBIS mampu melakukan manipulasi aljabar pada penyelesaian masalah matematika. Manipulasi aljabar dilakukan pada setiap jawaban yang disampaikan oleh subjek KBIS di atas. Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek KBIS mampu melakukan manipulasi matematika.

Langkah yang ditempuh subjek KBIS selanjutnya adalah membuktikan bahwa jika a $<$ b dan c $\leq$ d, maka a + c $<$ $b + d$. Hal ini dapat dilihat pada petikan wawancara berikut.

$P_{3.20}$: "Bukti soal yang a sudah anda jelaskan, sekaran jelaskan bukti soal yang b?"

$S_{3.20}$: "Pada soal yang b diketahui $a < b$ dan $c \leq d$. Saya membagi soal menjadi dua kasus. Kasus yang pertama adalah jika $c = d$. Jika $a < b$, maka $a + c < b + d$. Hal ini karena jika $a > b$, maka $a + c > b + c$. Kasus yang kedua adalah jika $c < d$, maka jika $a < b$, maka $a + c < b + c < b + d$."

Subjek KBIS juga mampu menjawab pertanyaan yang ketiga dengan benar dan menyelesaikan soal sesuai dengan langkah-langkah yang direncanakan. Hal tersebut terlihat dari petikan wawancara berikut.

$P_{3.22}$: "Untuk pertanyaan yang ketiga bagaimana? Apakah kedua pernyataan di atas berlaku untuk semua anggota himpunan bilangan Real?"

$S_{3.22}$: "Iya Bu, kedua pernyataan di atas berlaku untuk semua anggota himpunan bilangan Real"

$P_{3.23}$: "Apakah anda menyelesaikan soal tadi sesuai dengan langkah-langkah yang anda rencanakan?"

$S_{3.23}$: "Iya Bu."

Hasil kutipan wawancara dari subjek KBIS tersebut menunjukkan bahwa subjek KBIS belum mampu menyusun bukti atas masalah matematika secara sempurna. Subjek KBIS belum mampu memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi. Hal ini dapat disimpulkan dari ketidakmampuan subjek KBIS dalam menerapkan sifat urutan pada himpunan bilangan Real pada pembuktian pernyataan jika $a < b$ dan $c \leq d$, maka $a + c < b + d$. Subjek KBIS dikatakan belum mampu menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi.

4. Melakukan pengecekan kembali

Subjek KBIS merasa yakin bahwa jawabannya benar. Subjek KBIS juga meneliti kembali hasil jawabannya tersebut. Selain itu, subjek KBIS menyebutkan bahwa belum tahu apakah ada cara penyelesaian yang lain. Hal ini dapat dilihat dari petikan wawancara berikut.

$P_{3.24}$: "Apakah anda yakin langkah-langkah dan hasil jawaban anda sudah benar?"
$S_{3.24}$: "Yakin Bu."
$P_{3.25}$: "Apakah anda meneliti kembali hasil jawaban anda?"
$S_{3.25}$: "Iya Bu"
$P_{3.26}$: "Apakah ada cara lain untuk menentukan jawaban dari soal tadi?"
$S_{3.26}$: "Belum tahu, Bu."

Subjek KBIS mampu menarik kesimpulan dari pernyataan. Hal ini terlihat dari petikan wawancara berikut.

$P_{3.21}$: "Kesimpulan apa yang dapat anda buat berdasarkan jawaban yang telah anda jelaskan tadi?"
$S_{3.21}$: "Kesimpulan yang dapat saya peroleh adalah $-(a+b)=(-a)+(-b);\ \forall a,b\in\mathbb{R}$ dan jika $a<b$ dan $c\le d$, maka $a+c<b+d;\ \forall a,b,c,d\in\mathbb{R}$"

Subjek KBIS juga mampu menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi. Hal ini terlihat dari petikan wawancara berikut.

$P_{3.22}$: "Untuk pertanyaan yang ketiga bagaimana? Apakah kedua pernyataan di atas berlaku untuk semua anggota himpunan bilangan Real?"
$S_{3.22}$: "Iya Bu, kedua pernyataan di atas berlaku untuk semua anggota himpunan bilangan Real"

Hasil kutipan wawancara di atas menunjukkan bahwa subjek KBIS mampu menarik kesimpulan dari pernyataan, memeriksa kesahihan suatu argumen, dan mampu menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

C. Triangulasi Metode

Setelah diperoleh hasil analisis jawaban tertulis dan analisis data wawancara, selanjutnya dilakukan perbandingan untuk mengetahui valid atau tidaknya data yang diperoleh. Setelah diperoleh data subjek KBIS yang valid, selanjutnya data yang valid tersebut dibandingkan dengan indikator penalaran matematis yang diajukan oleh peneliti pada Tabel untuk dapat ditarik kesimpulan.

Tabel 2. Triangulasi Metode Data Tertulis dan Wawancara Subjek KBIS

Langkah Pemecahan Masalah	**Hasil Tertulis**	**Hasil Wawancara**
Memahami masalah	Subjek KBIS - menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dari soal - dapat menentukan bahwa hal-hal yang diketahui sudah cukup untuk menjawab permasalahan yang ditanyakan pada soal.	Subjek KBIS - dapat memahami masalah dengan menyebutkan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dari masalah ($S_{3.6}$, $S_{3.7}$) - dapat menentukan bahwa hal yang diketahui sudah cukup

		digunakan untuk menjawab yang ditanyakan pada masalah ($S_{3.8}$) - mampu menyampaikan alasan mengapa yang diketahui dapat digunakan untuk menjawab yang ditanyakan ($S_{3.9}$).
Merencanakan penyelesaian	Subjek KBIS - mampu mengaitkan yang diketahui dengan yang ditanyakan dalam soal. - memulai pembuktian dengan menuliskan $-(a+b)$ sebagai $(-1)(a+b)$, - menerapkan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan - menuliskan bukti bahwa $(-1)(a) = -a$ secara lengkap - mampu membuktikan bahwa $a.0 = 0$ dengan benar karena pernyataan $a.0 = 0$ belum ada pada aksioma himpunan bilangan real. - belum mampu menggunakan konsep sifat urutan pada himpunan bilangan real untuk membuktikan $a < b$ dan $c = d$, maka $a + c < b + d$. - belum mampu menggunakan konsep sifat urutan pada himpunan bilangan real untuk membuktikan $a < b$ dan $c < d$, maka $a + c < b + d$. - dapat langsung menyusun rencana pemecahan masalah	Subjek KBIS - menyampaikan bahwa belum pernah menemui soal seperti yang telah dikerjakan sebelumnya dan mampu menyebutkan konsep/ pengeta-huan yang akan digunakan untuk memecahkan permasalahan ini ($S_{3.10}$, $S_{3.11}$, $S_{2.12}$) - mampu membuat kaitan antara hal-hal yang diketahui dengan yang ditanyakan dalam soal ($S_{3.13}$, $S_{2.14}$) - merencanakan penyelesaian ($S_{2.15}$, $S_{2.16}$, $S_{2.17}$, $S_{2.18}$, $S_{2.19}$, $S_{2.20}$).
Menyelesaikan masalah sesuai rencana	Subjek KBIS - menyelesaikan masalah sesuai dengan rencana yang telah disusun. - membuktikan $-(a+b) = (-a) + (-b)$, subjek KBIS menuliskan $-(a+b)$ sebagai $(-1)(a+b)$, kemudian $(-1)a + (-1)b$ dan $(-a) + (-b)$. - mampu membuktikan bahwa $(-1)a = -a$ dengan menggunakan konsep sifat aljabar pada himpunan bilangan Real. - mampu membuktikan bahwa $a.0 = 0$ dengan menggunakan	Subjek KBIS - mampu menyelesaikan masalah sesuai rencana - memulai penyelesaian masalah dengan membuktikan bahwa $-(a+b) = (-a) + (-b)$ ($S_{3.15}$) - membuktikan bahwa $(-1)(a) = (-a)$ dan $a.0 = 0$ karena kedua pernyataan tersebut belum ada pada aksioma maupun teorema pada sifat aljabar himpunan bilangan Real ($S_{3.16}$, $S_{3.17}$, $S_{3.18}$, $S_{3.19}$) - membuktikan bahwa jika $a < b$ dan $c \leq d$, maka $a + c < b + d$

	konsep sifat aljabar pada himpunan bilangan Real. - belum mampu membuktikan pernyataan jika a $< b$ dan c = d, maka a + c $< b + d$. - belum mampu membuktikan pernyataan jika a $< b$ dan c $< d$, maka a + c $< b + d$.	($S_{3.20}$) - menjawab pertanyaan yang ketiga dengan benar ($S_{3.22}$).
Melakukan pengecekan kembali	Subjek KBIS - mampu menarik kesimpulan dari setiap pernyataan yang ada pada soal tes. - memeriksa jawaban yang telah didapatkan. - mampu menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.	Subjek KBIS - meneliti kembali hasil jawabannya dan belum tahu apakah ada cara penyelesaian yang lain ($S_{3.24}$, $S_{3.25}$, $S_{3.26}$) - menarik kesimpulan dari pernyataan ($S_{2.21}$) - menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi ($S_{2.22}$).

Data subjek KBIS yang valid sebagai berikut:

1. Memahami masalah

a. menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dari soal

b. dapat menentukan bahwa hal-hal yang diketahui sudah cukup untuk menjawab permasalahan yang ditanyakan pada soal..

2. Merencanakan pemecahan masalah

a. mampu mengaitkan yang diketahui dengan yang ditanyakan dalam soal.

b. memulai pembuktian dengan menuliskan $-(a + b)$ sebagai $(-1)(a + b)$,

c. menerapkan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan

d. menuliskan bukti bahwa $(-1)(a) = -a$ secara lengkap

e. mampu membuktikan bahwa $a.0 = 0$ dengan benar karena pernyataan $a.0 = 0$ belum ada pada aksioma himpunan bilangan real.

f. belum mampu menggunakan konsep sifat urutan pada himpunan bilangan real untuk membuktikan a $< b$ dan c = d, maka a + c $< b + d$.

g. belum mampu menggunakan konsep sifat urutan pada himpunan bilangan real untuk membuktikan a $< b$ dan c $< d$, maka a + c $< b + d$.

h. dapat langsung menyusun rencana pemecahan masalah

3. Melaksanakan rencana pemecahan masalah

a. menyelesaikan masalah sesuai dengan rencana yang telah disusun.

b. membuktikan $-(a + b) = (-a) + (-b)$, subjek KBIS menuliskan $-(a + b)$ sebagai $(-1)(a + b)$, kemudian $(-1)a + (-1)b$ dan $(-a) + (-b)$.

c. mampu membuktikan bahwa $(-1)a = -a$ dengan menggunakan konsep sifat aljabar pada himpunan bilangan Real.

d. mampu membuktikan bahwa $a.0 = 0$ dengan menggunakan konsep sifat aljabar pada himpunan bilangan Real.

e. belum mampu membuktikan pernyataan jika a $< b$ dan c = d, maka a + c $< b + d$.

f. belum mampu membuktikan pernyataan jika a $< b$ dan c $< d$, maka a + c <

$b + d$.

4. Memeriksa hasil pemecahan masalah

a. mampu menarik kesimpulan dari setiap pernyataan yang ada pada soal tes.

b. memeriksa jawaban yang telah didapatkan.

c. mampu menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Kesimpulan:

Subjek KBIS dalam memahami masalah mampu menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram. Hal ini karena subjek KBIS mampu menyampaikan apa yang diketahui dan yang ditanyakan secara lisan, subjek KBIS juga dapat menentukan bahwa hal yang diketahui sudah cukup digunakan untuk menjawab hal yang ditanyakan pada masalah. Dalam merencanakan penyelesaian, subjek II mampu mengajukan dugaan. Hal ini karena subjek KBIS mampu mengajukan dugaan tentang penyelesaian masalah. Dalam menyelesaikan masalah sesuai rencana, subjek KBIS mampu melakukan manipulasi matematika. Hal ini ditunjukkan dengan kemampuan subjek KBIS dalam melakukan manipulasi aljabar pada penyelesaian masalah matematika. Subjek KBIS belum mampu menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi. Hal tersebut karena subjek KBIS tidak mampu menerapkan sifat urutan pada himpunan bilangan Real pada pembuktian pernyataan jika $a < b$ dan $c < d$, maka $a + c < b + d$. Dalam melakukan pengecekan kembali, subjek KBIS mampu menarik kesimpulan dari pernyataan, mampu memeriksa kesahihan suatu argumen, dan mampu menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh kesimpulan bahwa mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif sedang pada pemecahan masalah analisis real memiliki kecenderungan melaksanakan penalaran matematis dengan kurang sempurna. Mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif sedang tidak mampu melaksanakan penalaran matematis pada tahap pemecahan masalah menyelesaikan masalah sesuai rencana dan melakukan pengecekan kembali.

Daftar Rujukan

Marsigit. 2012. Kajian Peneltian (Review Jurnal Internasional) Pendidikan Matematika. http://staff.uny.ac.id/sites/default/files/pendidikan/Marsigit,%20Dr.,%20M.A./Kajian%20Penelitian%20(Review%20Jurnal%20Internasional)%20Pendidikan%20Matematika_Matrikulasi%20S2%20Dikmat.pdf. diakses tanggal 12 Mei 2017

Moleong, Lexy J. 2012. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya

Nasution, S.. 2006. *Berbagai Pendekatan dalam Proses Belajar Mengajar*. Jakarta: Bumi Aksara

Rustandi, Ino. 2013. Pembelajaran Matematika dengan Menggunakan Model Reciprocal Teaching untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMP.

http://repository.upi.edu/4331/4/S_MTK_054251_Chapter1.pdf Diakses tanggal 13 Juni 2107

Sugiyono. 2013. *Metode Penelitian Pendidikan: Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta

Sunarto. 2001. *Metodoloogi Penelitian Ilmu-ilmu Sosial dan Pendidikan*. Surabaya. Unesa University Press

Wulandari, Enika. 2011. Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa melalui Pendekatan Problem Posing di Kelas VKBIS A SMP Negeri 2 Yogyakarta. http://eprints.uny.ac.id/1709/1/Enika_Wulandari.pdf. diakses tanggal 6 Mei 2017

Penalaran Matematis Mahasiswa dengan Kemampuan Berpikir Intuitif Sedang dalam Memecahkan Masalah Analisis Real

ORIGINALITY REPORT

6%	6%	3%	%
SIMILARITY INDEX	INTERNET SOURCES	PUBLICATIONS	STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	eprints.uny.ac.id Internet Source	3%
2	forstat.org Internet Source	3%

Exclude quotes	On	Exclude matches	< 3%
Exclude bibliography	On		